Л. Г. ЛОЙЦЯНСКИЙ

МЕХАНИКА ЖИДКОСТИ И ГАЗА

ИЗДАНИЕ ЧЕТВЕРТОЕ, ПЕРЕРАБОТАННОЕ И ДОПОЛНЕННОЕ

Допущено Министерством высшего и среднего специального образования СССР в качестве учебника для студентов вузов, обучающихся по специальности «механика»

ИЗДАТЕЛЬСТВО «НАУКА»
ГЛАВНАЯ РЕДАКЦИЯ
ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ЛИТЕРАТУРЫ
МОСКВА 1973

Иногда под интенсивностью вихревой трубки понимают поток вектора угловой скорости $\omega = \frac{1}{2}\operatorname{rot} V$, т. е. величину

$$i' = F_\sigma(\omega) = \frac{1}{2} F_\sigma(\operatorname{rot} V) = \frac{1}{2} i,$$

отличающуюся от предыдущего определения лишь постоянным множителем 1/2; это различие всегда оговаривается и не должно приводить к недоразумениям.

Применяя вторую теорему Гельмгольца к элементарной вихревой трубке, можем выбрать малые сечения σ_1 и σ_2 плоскими и нормальными к поверхности трубки; тогда с точностью до малых высших порядков будем иметь $\omega_1\sigma_1 = \omega_2\sigma_2$. Из этого равенства вытекает, что сечение трубки не может стать равным нулю, так как это привело бы к возрастанию до бесконечности угловой скорости вращения жидких частиц в этом сечении (рис. 8). Отсюда следует

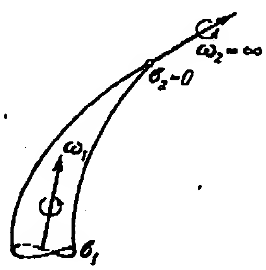

Рис. 8.

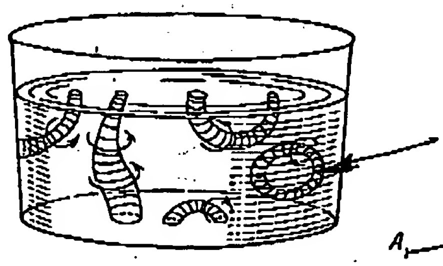
Рис. 9.

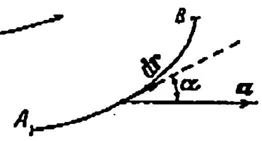

Рис. 10.

известный опытный факт: вихревые трубки не могут заканчиваться внутри жидкости; они либо образуют замкнутые кольца, либо опираются на стенки сосуда или свободные поверхности (рис. 9).

Вторая теорема Гельмгольца представляет чисто кинематическую теорему, не связанную со специфическими свойствами жидкостей или особенностями принятых их моделей. Доказательство теоремы основывалось лишь на общем свойстве сплошности (непрерывности) среды. Вот почему выводы из этой теоремы хорошо отражают действительность. Для пользования этой теоремой полезно обратиться к другому, практически более удобному выражению интенсивности вихревой трубки.

Вихрь скорости, так же как и угловая скорость частицы, не поддается непосредственному измерению приборами. Нельзя непосредственно мерить и интенсивность вихревой трубки. Однако, помимо введенного в настоящем параграфе, существует другое, гораздо более наглядное определение интенсивности вихревой трубки, связанное с понятием *циркуляции скорости*.

Рассмотрим отрезок AB (рис. 10) кривой C, проведенной в поле вектора a и обозначим через dr направленный элемент дуги этой кривой. Криволинейный интеграл

$$\Gamma_{AB}(a) = \int_A^B a \cdot dr = \int_A^B a\, ds \cos(\widehat{a,\, dr}) = \int_A^B a \cos\alpha\, ds =$$
$$= \int_A^B a_s\, ds = \int_A^B (a_x\, dx + a_y\, dy + a_z\, dz) \qquad (28)$$